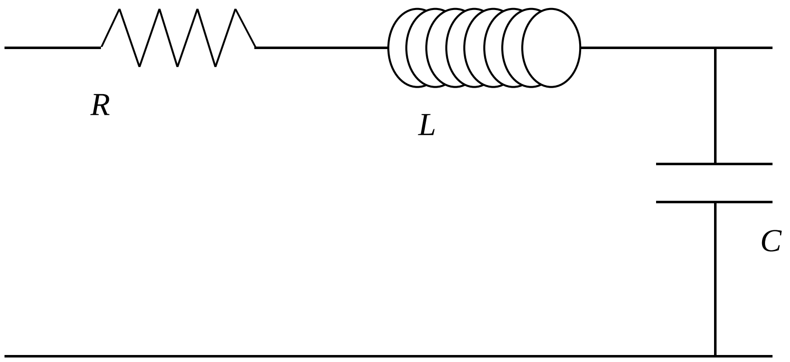
EJEMPLO DE SISTEMA DE SEGUNDO ORDEN



La ecuación diferencial de este sistema es la que se presenta a continuación:

$$\frac{d^2}{dt^2}Vc(t) + \frac{R}{L}\frac{d}{dt}Vc(t) + \frac{1}{LC}Vc(t) = \frac{x(t)}{LC}$$

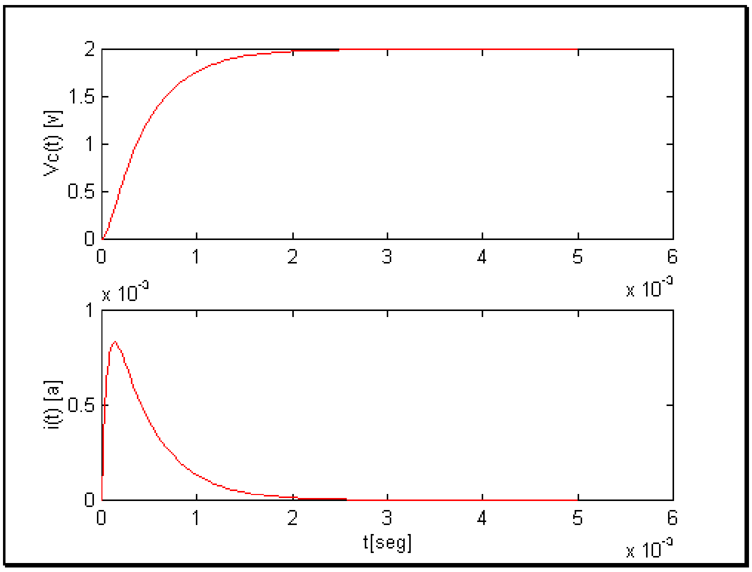
Sea $x(t) = V_o u(t)$. Pueden presentarse tres casos diferentes

1er. Caso. Raíces reales y distintas

$R = 2000\ \Omega\ ;\ C = 247\ nF\ ;\ L = 100\ mHy$

La solución de la ecuación diferencial es:

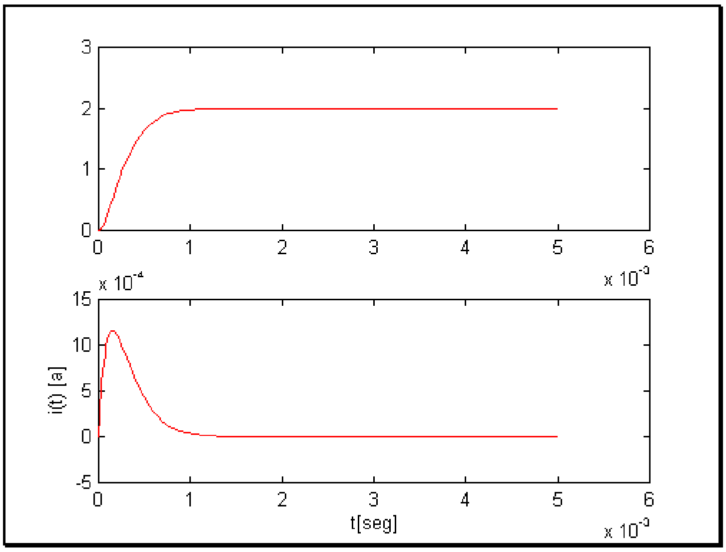
$$Vc(t) = \left[V_0 + c_1 . e^{\left(-\frac{R}{L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \right)t} + c_2 e^{\left(-\frac{R}{L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \right)t} \right] u(t)$$



2do. Caso. Raíces reales e iguales

$$C = 247\ nF\ \ ;\ L = 100\ mHy\ ;\ R = 2\sqrt{L/C}$$

La solución de la ecuación diferencial es: $$Vc(t) = \left[V_0 + (c_1 + c_2 t) e^{\left(-\frac{R}{L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \right) t} \right] u(t)$$

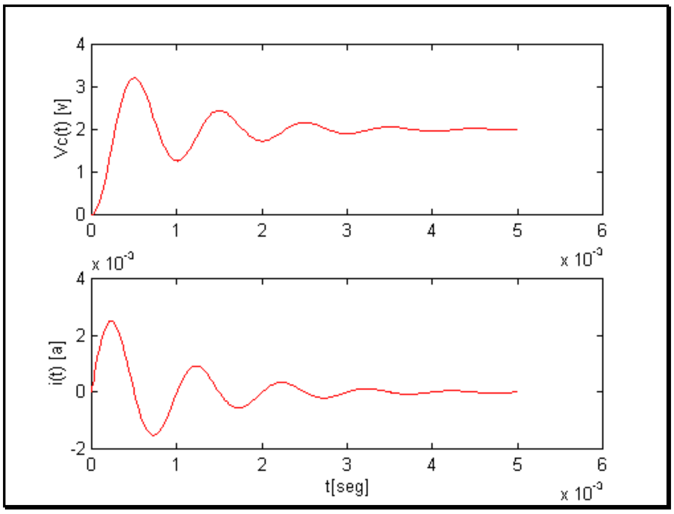


3er. Caso. Raíces complejas conjugadas

$R = 200\ \Omega$; $C = 247\ nF$; $L = 100\ mHy$

La solución de la ecuación diferencial es:

$$Vc(t) = \left[V_0 + \sqrt{c_1^2 + c_2^2} . e^{-\frac{R}{L}t} \operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}\, t + \operatorname{arctg}\frac{c_1}{c_2} \right) \right] u(t)$$



En los tres casos, las constantes c_1 y c_2 se calculan teniendo en cuenta las condiciones iniciales del problema. En este caso $Vc(0) = 0$ y $V'c(0) = 0$. La corriente que circula por el circuito será $i(t) = C\frac{d}{dt}Vc(t)$.