Teoría de los Circuitos I

Universidad Tecnológica Nacional

Facultad Regional Buenos Aires. Departamento de Electrónica

Guía de Trabajos Prácticos N° 10

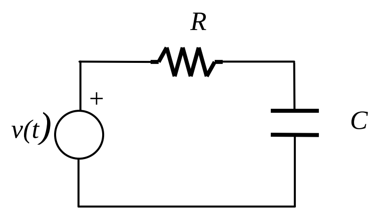
Análisis Frecuencial de Circuitos

1. Hallar la respuesta al impulso $h(t)$ de los siguientes filtros ideales:

- ***a)*** *Filtro Pasa Bajos* con frecuencia angular de corte ω_C.
- ***b)*** *Filtro Pasa Altos* con frecuencia angular de corte ω_C.
- ***c)*** *Filtro Pasa Banda* con banda de paso determinada por las frecuencias $[\omega_1, \omega_2]$.
- ***d)*** *Filtro Elimina Banda* con banda de eliminación determinada por las frecuencias $[\omega_1, \omega_2]$.

2. Hallar la respuesta al impulso unitario $h(t)$ de un *Sistema de Transmisión sin Distorsión*, es decir, un filtro cuya caracterización en frecuencia está dada por $H(\omega) = k \cdot e^{-j\tau\omega}$.

3. Sea $v(t) = 1 + 3\cos\left(t + \frac{\pi}{6}\right) + \cos(2t)$ la tensión del generador del siguiente *Filtro Pasa Bajos* de primer orden. Se pide



- ***a)*** Halle la transformada de Fourier de la tensión del generador $V(\omega)$ y dibuje su espectro de módulo y fase.
- ***b)*** Halle la transferencia del sistema $H(\omega)$ considerando como entrada $v(t)$ y como salida la tensión sobre el capacitor $v_C(t)$. Grafique el módulo y la fase de $H(\omega)$. Indique los puntos más destacados en función de *R* y *C*.
- ***c)*** Halle la salida en el tiempo con la señal de entrada del inciso ***a)***.
- ***d)*** Halle la expresión de la tensión sobre el capacitor $v_C(t)$ si la entrada es $v(t) = u(t)$. *Nota:* Puede utilizar Transformada de Laplace para agilizar los cálculos.

4. El Ancho de Banda Equivalente de un filtro con respuesta en frecuencia $H(\omega)$ se define como:

$$W_{eq} = \frac{1}{\left|H(\omega)\right|^2_{máx}} \int_0^{\infty} \left|H(\omega)\right|^2 d\omega$$

donde $\left|H(\omega)\right|_{máx}$ es el valor máximo de la respuesta de amplitud del filtro bajo estudio. Considere el filtro pasa bajos de primer orden RC del ejercicio anterior. Se pide:

- ***a)*** Encuentre el ancho de banda de 3 dB (W_{3dB}) del filtro que se define como aquella frecuencia a la cual la respuesta de amplitud del filtro cae a $\left|H(\omega)\right|_{máx} / \sqrt{2}$.
- ***b)*** Encuentre su ancho de banda equivalente W_{eq}.
- ***c)*** El tiempo de crecimiento del filtro Pasa Bajos *RC* anterior (t_r *Rise Time* por sus siglas en inglés), que se define como el tiempo requerido para que la respuesta del filtro a un escalón unitario (respuesta indicial), vaya del 10% al 90% de su valor final. Demuestre que se cumple la siguiente relación:

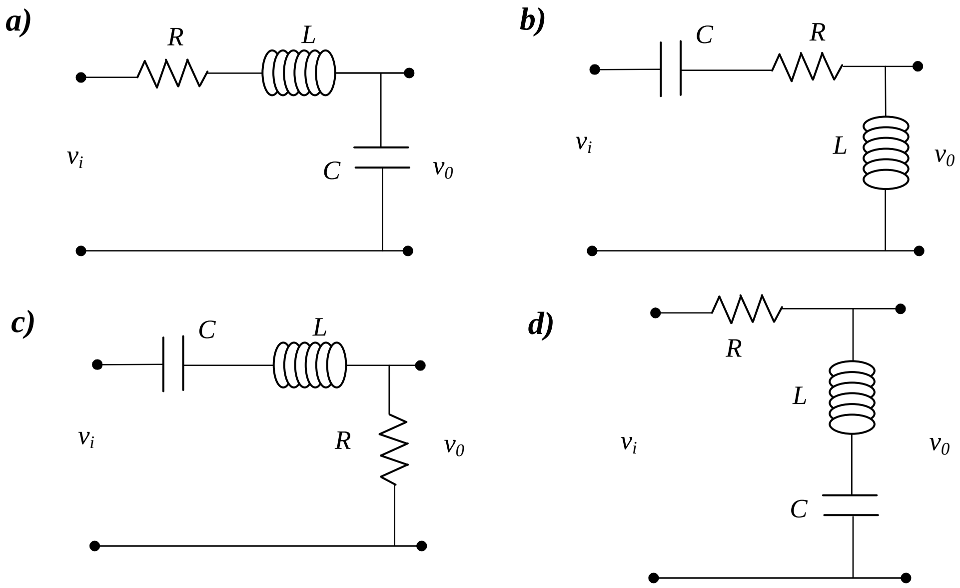
$$t_r = \frac{0.35}{f_{3dB}}, \text{ siendo } f_{3dB} = \frac{W_{3dB}}{2\pi}$$

5. Considere la respuesta en frecuencia del siguiente *Filtro Pasa Bajos* ideal:

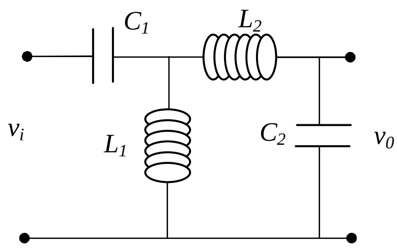
$$H(\omega)=\begin{cases}1 & |\omega|<\omega_C\\ 0 & |\omega|>\omega_C\end{cases}$$

La entrada a este filtro es la señal $x(t)=e^{-2t}u(t)$. Encuentre el valor de ω_C tal que por este filtro pase exactamente la mitad de la energía de la señal de entrada $x(t)$.

6. Calcule las transferencias de los siguientes *Filtros Analógicos Pasivos* de segundo orden, es decir $H(s)$. Calcule y grafique además, su respuesta en frecuencia, es decir $|H(\omega)|$. Considere que los 4 filtros tienen polos complejos conjugados. El resultado quedará en función de las frecuencias angulares de corte $\omega_0, \omega_1, \omega_2$ según el caso, el factor de selectividad Q_0 y el factor de amortiguamiento ξ.



7. Para el circuito que se muestra en el figura, se pide:



- ***a)*** Calcule la ganancia del sistema $H(s)=V_0(s)/V_i(s)$ mediante el método de mallas.
- ***b)*** Verifique la transferencia hallada en el inciso ***a)*** mediante el método de nodos.
- ***c)*** Realice un diagrama asintótico de Bode de amplitud y fase de $H(\omega)$ e indique en los mismos las respuestas verdaderas del filtro. Considere: L_1=1 mHy, L_2=100 mHy, C_1=100 mF y C_2=1 nF. ¿Qué tipo de *Filtro* se obtiene?

8. El siguiente sistema físico eléctrico, representa un *Filtro Pasa Altos Butterworth* de segundo orden. Se pide:

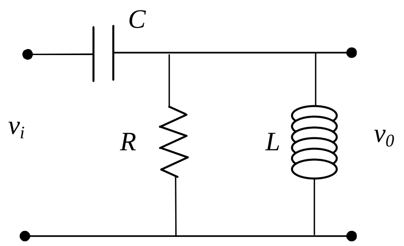
a) Obtenga la transferencia del mismo, es decir $H(s)$.

b) Determine qué relación deben cumplir *R*, *L* y *C* para que el sistema tenga polos complejos conjugados, es decir: $s_{1,2} = -\alpha \pm j\beta$

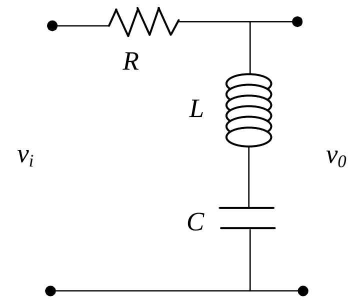
c) Demuestre que la respuesta al impulso de este *Filtro Pasa Altos Butterworth* de segundo orden está dada por:

$$h(t) = \delta(t) + e^{-\xi\omega_0 t}\left[\frac{\omega_0\left(2\xi^2-1\right)}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\left(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}\,t\right) - 2\xi\omega_0\cos\left(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}\,t\right)\right]\cdot u(t)$$

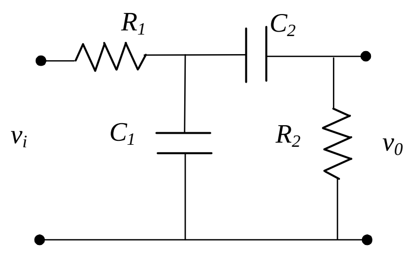
siendo $\omega_0 = \sqrt{\alpha^2+\beta^2}$, el módulo de los polos complejos conjugados y $\xi = \alpha/\omega_0$ el factor de amortiguamiento.



9. Para el sistema eléctrico de la siguiente figura, se pide encontrar el gráfico asintótico logarítmico de Bode, así también como la respuesta verdadera. ¿Qué tipo de filtro se obtiene, Pasa Bajos, Altos, etc.? Considere todos los resultados posibles para el gráfico de Bode, es decir polos reales y distintos, reales e iguales y complejos conjugados con parte real negativa.



10. Para el circuito que se muestra en el figura, se pide:



a) Calcular la función de transferencia del sistema, es decir $H(s)$, utilizando el método de nodos.

b) Verifique lo calculado en el inciso anterior utilizando el método de mallas.

c) Realice un diagrama asintótico de Bode de amplitud y fase de $H(\omega)$ e indique en los mismos las respuestas verdaderas de los filtros, considerando R1=0.1KΩ, R2=1KΩ, C1=0.1µF y C2=1µF.

d) ¿Qué tipo de filtro analógico representa esta configuración circuital?.

11. Realice diagramas de Bode de amplitud y fase de los siguientes sistemas (puede utilizar el comando *bodeplot* junto al comando *tf* de *MatLab* para verificar los resultados obtenidos):

a) $H(s)=\dfrac{(s+5)(s+15)^2}{s(s+10)(s+5-j100)(s+5+j100)}$

b) $H(s)=1.015 \cdot 10^{10}\,\dfrac{s^2\left(s+10^2\right)\left(s+10^3\right)\left(s+8 \cdot 10^3\right)^2}{(s+10)^3\left(s+2 \cdot 10^3\right)^3}$

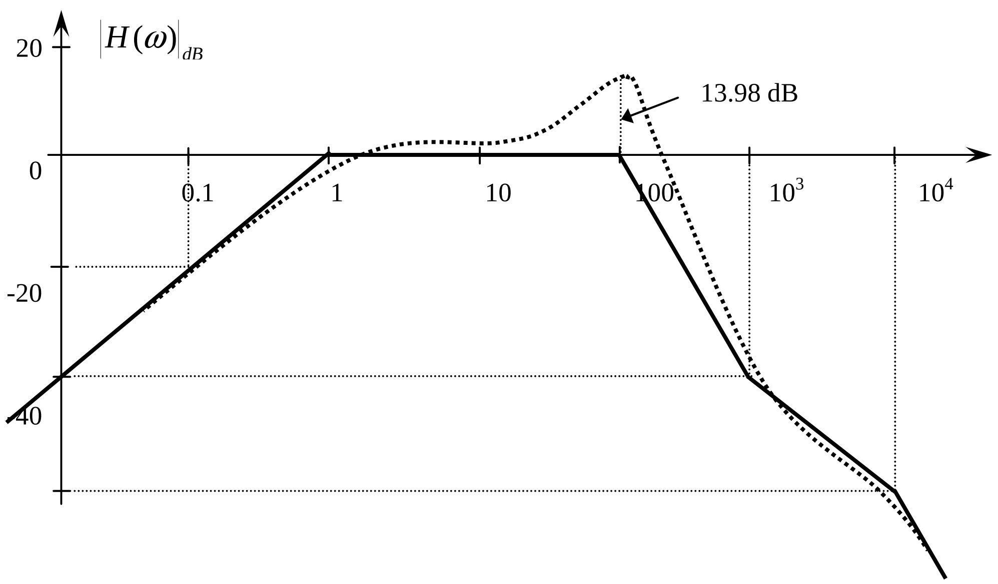
c) $H(s)=900\,\dfrac{s^2}{(s+1)^2\left(s^2+20 \cdot s+10^4\right)}$

d) $H(s)=4\,\dfrac{(s+2)\left(s+5 \cdot 10^3\right)}{(s+20)\left(s+10^3\right)}$

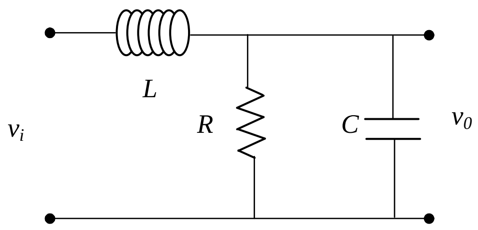
e) $H(s)=100\,\dfrac{s}{(s+100)\left(s+10^4\right)}$

f) $H(s)=\dfrac{s^2}{(s+100)\left(s+10^5\right)}$

12. Obtener $H(s)$ a partir del siguiente gráfico de respuesta en frecuencia de amplitud:



13. El siguiente sistema físico eléctrico, representa un *Filtro Pasa Bajos Butterworth* de segundo orden. Se pide:



a) Obtenga la transferencia del mismo, es decir $H(s)$.

b) Determine qué relación deben cumplir *R*, *L* y *C* para que el sistema tenga polos complejos conjugados $s_{1,2}=-\alpha \pm j\beta$

c) Demuestre que la respuesta al impulso de este Filtro Pasa Bajos Butterworth de segundo orden está dada por: $h(t)=\dfrac{\omega_0}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_0 t}\cdot\sin\left(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}\,t\right)\cdot u(t)$, siendo $\omega_0=\sqrt{\alpha^2+\beta^2}$, el módulo de los polos complejos conjugados y $\xi=\alpha/\omega_0$ el factor de amortiguamiento.

d) Calcule los circuitos equivalentes de *Thevenin* y *Norton*, vistos desde los terminales de salida, es decir, desde el capacitor *C*.